



Concursul de matematică "Dan Barbilian/Ion Barbu"
Ediția a IV-a, 16 aprilie 2016

CLASA A VIII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Arătați că $\sqrt{(1-2x)^2 - 2(2x-1)(2x+1) + (2x+1)^2} = 2$, pentru orice x număr real.

Prof. Dănuț Constantin

Soluție:

$$(1-2x)^2 - 2(2x-1)(2x+1) + (2x+1)^2 = (2x-1)^2 - 2(2x-1)(2x+1) + (2x+1)^2 \dots 2p$$

$$(2x-1)^2 - 2(2x-1)(2x+1) + (2x+1)^2 = [(2x-1) - (2x+1)]^2 \dots \dots \dots 3p$$

$$[(2x-1) - (2x+1)]^2 = 4 \Rightarrow \sqrt{(1-2x)^2 - 2(2x-1)(2x+1) + (2x+1)^2} = \sqrt{4} = 2 \dots \dots 2p$$

Observație: Prin calcul direct se ajunge sub radical tot la numărul 4.

2. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 2$ cm. Determinați valoarea cosinusului unghiului dintre dreptele DO și $A'B$, unde $\{O\} = BC' \cap B'C$.

Prof. Nicolae Stănică

Soluție:

Fie $\{O'\} = A'C' \cap B'D' \Rightarrow (OO')$ linie mijlocie în triunghiul $A'BC'$ 2p

$$m(\angle DO, A'B) = m(\angle OO', DO) = m(\angle DOO') \dots \dots \dots 1p$$

Se lucrează în triunghiul DOO' :

$$OO' = \frac{A'B}{2} = \sqrt{2} \text{ cm}, DO' = \sqrt{6} \text{ cm (T.P. în } AD'O') \text{ și } DO = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6} \text{ cm (DO$$

este înălțime în triunghiul echilateral $BDC')$ 3p

Obținem $\cos(\angle DOO') = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 1p

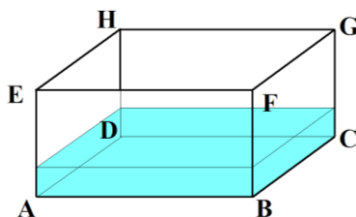
3. La un concurs, răspunzând la toate cele 40 de întrebări, Adriana obține 144 puncte. Dacă pentru fiecare răspuns corect primește 5 puncte și pentru fiecare răspuns greșit i se scad 2 puncte, atunci calculați câte răspunsuri corecte dă Adriana.

Soluție:

$$C + G = 40 \Rightarrow G = 40 - C \text{2p}$$

$$5C - 2G = 144 \Leftrightarrow 5C - 2(40 - C) = 144 \Leftrightarrow C = 32, G = 8 \text{5p}$$

4. În figura de mai jos este reprezentat un vas în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu bazele pătrate, $AB = BC = 20$ cm și $AE = 10$ cm. În vas este 1 litru de apă. Cu câte grade trebuie înclinat vasul astfel încât apa să înceapă să se reverse din vas? (muchia BC rămâne orizontală).



Soluție:

Fie T punctul de pe $[AB]$ unde ajunge apa până începe să se reverse. Unghiul cerut este unghiul BTF 2p

Apa are acum forma unei prisme drepte cu baza BTF și înălțimea BC2p

$$A_{BTF} \cdot BC = 1000 \Rightarrow TB = 10 \text{ cm} \Rightarrow m(\angle BTF) = 45^\circ \text{3p}$$